

SLAVKOVÁ, J., 2023. Porovnanie indexov sucha SPEI s 3 rôznymi štatistickými rozdeleniami na základe meteorologických údajov zo Slovenska. In: TOLASZ, R., POLCAROVÁ, E. (Eds.), 2023. Sborník příspěvků z První konference projektu PERUN (TA ČR, SS02030040). Praha: ČHMÚ, 201-211, ISBN 978-80-7653-063-8.

<https://doi.org/10.59984/978-80-7653-063-8.26>

Porovnanie indexov sucha SPEI s 3 rôznymi štatistickými rozdeleniami na základe meteorologických údajov zo Slovenska (Comparison of SPEI drought indexes with three different statistical distributions based on data from Slovakia)

Jaroslava Slavková, Slovenský hydrometeorologický ústav, Jaroslava.Slavkova@shmu.sk

Abstrakt: Štandardizovaný zrážkovo-evapotranspiračný index (SPEI) je jedným z najčastejšie používaných indikátorov meteorologického sucha. Predstavuje hodnotu záporného klimatického ukazovateľa zavlaženia- D (D je rozdiel zrážok a potenciálnej evapotranspirácie) normalizovanú na základe štatistického rozdelenia hodnoty D za zvolené referenčné obdobie (ideálne 30 a viac rokov). Spôsob výpočtu SPEI však nie je striktne zadefinovaný a niektoré parametre možno pri výpočte ľubovoľne meniť (napríklad dĺžku indexu, spôsob výpočtu potenciálnej evapotranspirácie, referenčné obdobie, štatistické rozdelenie hodnoty D), pričom výsledná hodnota indexu môže byť takýmto spôsobom viac, či menej ovplyvnená. V tejto práci porovnávame indexy s 3 štatistickými rozdeleniami (log-logistické, generalizované extrémálne a Pearsonovo III rozdelenie) na základe 3 kritérií: a) počet prípadov, kedy model so zvoleným štatistickým rozdelením nedokázal vypočítať parametre daného rozdelenia, b) počet prípadov, kedy finálne hodnoty SPEI nemali normálne rozdelenie (podmienka normality finálnych indexov vyplýva z predpokladu správne zvoleného štatistického rozdelenia pre rozdiel D) a c) počet nadhodnotených extrémov ($|SPEI| > 6$).

Kľúčové slová: Štandardizovaný zrážkovo-evapotranspiračný index – meteorologické sucho – štatistické rozdelenie

Abstract: The Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI) is among the most commonly used indicators for assessing meteorological drought. SPEI represents the normalized value of the water balance D (where $D = \text{precipitation} - \text{evapotranspiration}$) for a specific station and time period. Normalization is carried out based on the statistical distribution of D calculated for a chosen reference period (typically recommended to be 30 years or longer). The calculation process of SPEI lacks a strict definition, allowing certain parameters to be user-dependent. For example, the user can determine the index's duration, the method used for potential evapotranspiration calculation, the reference period, and the statistical distribution applied to the water balance parameter (D). These choices can impact the resulting index value. This study compares SPEI indexes calculated with three different statistical distributions: Log-logistic, Generalized Extreme Value, and Pearson III. Our evaluation is based on three criteria: a) The frequency of cases where the model cannot calculate the parameters of the selected statistical distribution; b) The number of cases where the final SPEI values do not conform to a normal distribution (the assumption is that correctly chosen statistical distribution for D should yield normally distributed index results); c) The incidence of overestimated extremes ($|SPEI| > 6$).

Keywords: Standardized precipitation evapotranspiration index – meteorological drought – statistical distribution

1. Úvod

Slovensko, ako aj celkovo Európa, patrí do oblasti, kde priemerná teplota stúpa rýchlejšie než je globálny priemer nárastu teploty (WMO 2022). Od roku 1881 sa zvýšila priemerná ročná teplota vzduchu na Slovensku o 1,8–2,0 °C, pričom najrýchlejší nárast teploty vzduchu pozorujeme v letných mesiacoch a v nižších polohách (najviac na juhozápade krajiny) (Dančová, Chovancová et al. 2023; NCP 2022). V posledných dvoch dekádach vzrástol počet extrémov maximálnej a minimálnej dennej teploty vzduchu a najmä po roku 1991 došlo k rýchlemu nárastu frekvencie vln horúčav na celom území Slovenska (Dančová, Chovancová et al. 2023). Úhrny zrážok v teplom polroku sú častejšie vo forme krátkych a intenzívnych lejakov, než vo forme dlhotrvajúcich stratiformných zrážok. V zimnom období pozorujeme pokles počtu dní so snehovou pokrývkou, ako aj výšky snehovej pokrývky (okrem lokalít vo vysokej nadmorskej výške) (Faško, Markovič et al. 2020). Napriek tomu, že sme nezaznamenali výraznú zmenu v priemernom ročnom úhrne zrážok, uvedené zmeny vo forme zrážok spolu so zvyšujúcou sa teplotou (a tým aj zvyšujúcim sa výparom) vedú k častejšiemu a plošne rozsiahlejšiemu výskytu sucha (Dančová, Chovancová et al. 2023).

Sucho je pomerne komplexný pojem. Neexistuje jednoznačná definícia ani fyzikálna veličina, ktorou by sa dalo určiť a následne odmerať. Hlavnou príčinou jeho vzniku je deficit zrážok za určitú dobu vzhľadom na klimatický priemer daného územia. Vyššia teplota vzduchu, intenzívnejšie slnečné žiarenie, nízka relatívna vlhkosť vzduchu, malá oblačnosť, či rýchlejšie prúdenie vzduchu zvyšuje mieru evapotranspirácie, čo môže značne prispieť k zintenzívneniu sucha. V súčasnosti existuje veľké množstvo indikátorov sucha z pohľadu rôznych odvetví (indikátory na pôdne sucho, hydrologické sucho, socioekonomické sucho, meteorologické sucho, atď.). Jedným z najčastejšie používaných meteorologických indexov sucha je práve štandardizovaný zrážkovo-evapotranspiračný index (SPEI) (Vicente-Serrano, Beguería et al., 2010). Jediným vstupným parametrom pre tento index je záporná hodnota klimatického ukazovateľa zavlaženia- D (D je rozdiel úhrnu zrážok a potenciálnej evapotranspirácie). Táto hodnota je následne štandardizovaná na základe dlhodobých hodnôt klimatického ukazovateľa zavlaženia na danom území. Index je teda možné použiť v rôznych klimatických podmienkach, avšak treba mať na zreteli, že rovnaká hodnota indexu môže v rôznych klimatických podmienkach charakterizovať rôzne meteorologické podmienky. Záporné hodnoty indexu charakterizujú podmienky sucha, kým naopak kladné indexy predstavujú vlhké podmienky (tab. 1).

Tab. 1 Klasifikácia vlhkostných období podľa hodnoty indexu SPEI.

Tab. 1 Classification of wet seasons according to SPEI index.

Vlhkostné obdobie	SPEI
Extrémne vlhké	≥ 2
Veľmi vlhké	1.50 to 1.99
Mierne vlhké	1.00 to 1.49
Normále	-0.99 to 0.99
Mierne suché	-1.00 to -1.49
Veľmi suché	-1.50 to -1.99
Extrémne suché	≤ -2

Medzi nevýhody tohto indexu v porovnaní s inými meteorologickými indexami sucha môžeme zaradiť jeho nezohľadňovanie typu povrchu a pôdy. Rôzne typy pôd rôzne zadržiavajú, či prepúšťajú vodu a rovnako aj typ povrchu (a porastu na ňom) môže ovplyvniť výpar.

Ďalšou vlastnosťou *SPEI* je nejednoznačnosť v metodike výpočtu indexu. Pri niektorých krokoch výpočtu je totiž možné modifikovať parametre výpočtu. Medzi parametre o ktorých môžeme pri výpočte indexu rozhodovať patria napríklad časová dĺžka indexu, referenčné obdobie použité na určenie dlhodobého stavu klímy danej lokality, metodika výpočtu potenciálnej evapotranspirácie (*PET*), štatistické rozdelenie hodnoty *D*, metodika výpočtu parametrov zvoleného štatistického rozdelenia. V tejto práci budeme analyzovať, aké štatistické rozdelenie je vhodné zvoliť pri výpočte *SPEI* v podmienkach klímy Slovenska.

Analýzou vhodnosti štatistického rozdelenia pre *SPEI* na území Európy sa zaoberali napríklad Beguería, Vicente-Serrano et al. 2014; Stagge, Tallaksen et al. 2015, avšak uvedení autori nedospeli k jednotnému riešeniu. Autori indexu, (Vicente-Serrano and Beguería 2016; Beguería, Vicente-Serrano et al. 2014), totiž odporúčajú ako najvhodnejšie štatistické rozdelenie používať log-logistické rozdelenie (ktoré je vo vedeckej literatúre aj najviac používané), kým (Stagge, Tallaksen et al. 2015; 2016) poukazujú na lepšiu vhodnosť generalizovaného extrémneho rozdelenia (GEV).

Cieľom tejto práce je zhodnotiť vhodnosť a špecifiká použitia 3 štatistických rozdelení pre účely indexu *SPEI*. Konkrétne budeme analyzovať vhodnosť log-logistického, GEV a Pearsonovho III rozdelenia na základe troch kritérií:

- a) Počet prípadov, kedy model nedokázal vypočítať parametre zvoleného štatistického rozdelenia
- b) Počet prípadov, kedy indexy *SPEI* nespĺňajú podmienku normálneho rozdelenia
- c) Počet nadhodnotených extrémov

2. Metodika

2.1 Výpočet *SPEI* indexu

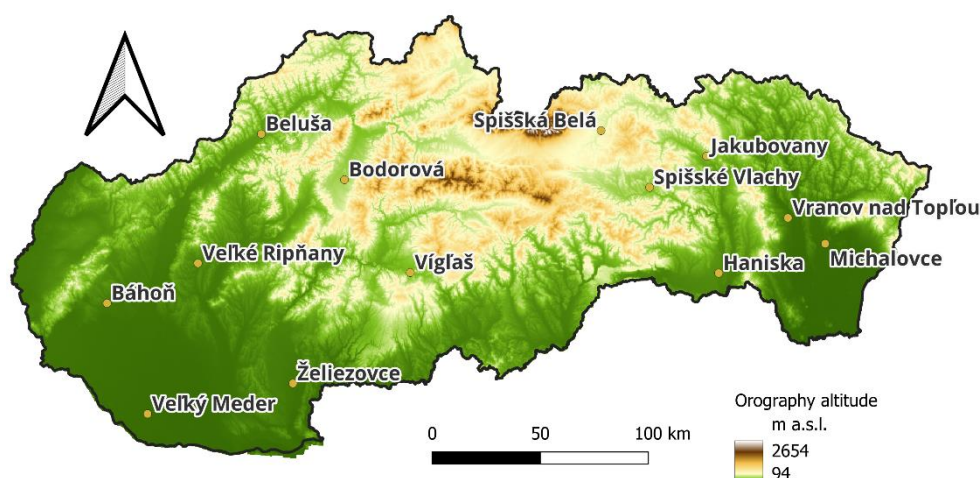
Pri výpočte indexu *SPEI* sme postupovali podľa nasledovných krokov:

1. **Voľba spôsobu výpočtu potenciálnej evapotranspirácie (*PET*):** V tejto práci sme používali duplicitne indexy s dvomi metódami výpočtu *PET* - **Penman-Monteith metódu (P.M.)**, ktorá je odporúčaná Organizáciou pre výživu a poľnohospodárstvo (FAO) ako štandardná metóda na výpočet *PET* (Allen, Pereira et al. 1998) a metódu **Hargreaves** (Droogers and Allen 2002), ktorá je odporúčaná ako doplnková metóda s relatívne dobrou presnosťou v prípade nedostatku vstupných údajov na výpočet *PET* P.M. metódou.
2. **Voľba časovej dĺžky indexu:** použili sme 30, 92 a 183-dňové akumulčné obdobia na výpočet sumy zrážok a *PET* (analogicky ku **1, 3 a 6 mesačným obdobiam**). Sumy zrážok a *PET* boli počítané v príslušných dĺžkach pre každý deň v roku retrográdne (30-denná suma prislúchajúca k 30. januáru predstavuje sumu za obdobie od 1. do 30. januára, pre 31. január od 2. do 31. januára, atď.). Takýmto spôsobom sme získali jednak väčšiu štatistickú vzorku indexov, ale zároveň aj detailnejší vývoj indexu.
3. **Výpočet záporného ukazovateľa zavlaženia *D* (rozdiel zrážok a *PET*)** za prislúchajúce časové obdobia
4. **Výpočet parametrov troch analyzovaných štatistických rozdelení (log-logistického, GEV a Pearsonovo III rozdelenie)** na základe hodnôt *D* pre každý deň v roku (ku ktorému prislúchala daná dĺžka akumulčného obdobia) v určenom referenčnom období. Na dostatočné určenie klímy daného územia sa odporúča používať aspoň 30-ročné referenčné obdobie. My sme si ako referenčné obdobie stanovili celkovú dĺžku skúmaného obdobia (1981–2019).

5. Podľa stanovenej distribučnej funkcie sa v ďalšom kroku určila **pravdepodobnosť prekročenia konkrétnych hodnôt D** podľa zvoleného štatistického rozdelenia: **$P(x \geq D)$** .
6. **Normalizácia hodnoty P** z predchádzajúceho kroku transformáciou distribučnej funkcie zvoleného štatistického rozdelenia na normálne rozdelenie so strednou hodnotou v 0 a štandardnou odchýlkou 1. **Táto hodnota je finálnou hodnotou indexu SPEI.**

Výpočet indexu so všetkými špecifikami sme realizovali pomocou „SCI“ balíčka v programovacom jazyku R (Gudmundsson and Stagge 2016).

Uvedeným spôsobom sme získali pre každú dĺžku indexu (1, 3 a 6 mesiacov) a každú z 13 staníc zahrnutých v analýze (obr. 1) 6 radov indexov (dve metódy *PET* a 3 štatistické rozdelenia) s dĺžkou 14235 (39 rokov x 365 dní). Prehľad skratiek získaných radov indexov uvádzame pre lepšie porozumenie v tab. 2.



Obr. 1 Lokality meteorologických staníc použitých v našej analýze na mape Slovenska. Použité stanice ležia v nadmorskej výške od 112 m (Veľký Meder) po 628 m (Spišská Belá).

Fig. 1 Locations of meteorological stations used in our analysis on the map of Slovakia. The stations used are located at altitudes ranging from 112 m (Veľký Meder) to 628 m (Spišská Bela).

Tab. 2 Zoznam skratiek použitých modifikácií indexu: prvé písmeno skratky reprezentuje použitú metódu výpočtu *PET* a druhé slovo použité štatistické rozdelenie. Uvedené modifikácie sme počítali pre 13 meteorologických staníc, 3 časové dĺžky indexov (1, 3 a 6 mesačné indexy).

Tab. 2 List of abbreviations of the index modifications used in this study: the first letter of the abbreviation represents the *PET* calculation method used and the second letter statistical distribution. We calculated the modifications for 13 weather stations and 3 time length of index (1, 3 and 6-month indices).

štatistické rozdelenie	potenciálna evapotranspirácia	
	Hargreaves	Penman-Monteith
log-logistické	<i>hl</i>	<i>pl</i>
Pearsonovo III	<i>hp</i>	<i>pp</i>
GEV	<i>hg</i>	<i>pg</i>

2.2 Analýza vhodnosti štatistických rozdelení

- a) Počet prípadov, kedy model nedokázal vypočítať parametre zvoleného štatistického rozdelenia

Bez ohľadu na zvolenú metodiku výpočtu *SPEI*, za určitých okolností dochádza k prípadom, kedy sa nevieme dopracovať k výsledku. Ide o to, že z niektorých konkrétnych kombinácií vstupných údajov nie je možné logicky vypočítať parametre zvoleného štatistického rozdelenia a teda ani index samotný. Frekvencia výskytu takýchto prípadov, kedy nie je možné vypočítať index sa môže líšiť pri použití iných štatistických rozdelení. Túto problematiku rozoberajú napríklad aj (Beguería, Vicente-Serrano et al. 2014; Vicente-Serrano and Beguería 2016; Stagge, Tallaksen et al. 2016). V tejto práci porovnáme počet takýchto prípadov pre 3 analyzované štatistické rozdelenia.

b) Počet prípadov, kedy indexy *SPEI* nespĺňajú podmienku normálneho rozdelenia

Z definície indexu vyplýva, že pokiaľ analyzujeme indexy za obdobie, ktoré bolo použité ako referenčné obdobie pri výpočte indexu, výsledné hodnoty *SPEI* by mali mať normálne rozdelenie. Ako uvádzajú (Stagge, Tallaksen 2015 a Yimer et al. 2022) výsledky normality testu finálnych hodnôt *SPEI* môžeme použiť na ohodnotenie vhodnosti voľby zvoleného štatistického rozdelenia pre klimatický ukazovateľ zavlaženia (*D*). V uvedených prácach totiž autori hodnotili výber štatistického rozdelenia *D* viacerými štatistickými testami vhodnosti rozdelenia pre klimatický ukazovateľ zavlaženia (*D*). Tieto testy sa vo výsledkoch zhodovali s testami na normalitu finálnych hodnôt *SPEI*. Uvedení autori preto miesto použitia komplexnejších testov vhodnosti rozdelenia klimatického ukazovateľa zavlaženia (*D*) odporúčajú ako jednoduchšiu alternatívnu metódu použiť priamo testy na normalitu finálnych indexov. V našej práci sme normalitu indexov analyzovali na základe Shapiro-Wilks testu na normalitu (S-W), keďže tento test je vhodný pre rad údajov s dĺžkou do 50 členov (v našom prípade išlo o 39-členné rady pre každý deň v roku, analogicky s 39-ročnou dĺžkou analyzovaného obdobia).

c) Počet nadhodnotených extrémov

V treťom kroku overíme počet prípadov, kedy *SPEI* prekračuje hranicu extrému, t.j. hodnotu ± 2 . Od voľby štatistického rozdelenia totiž môže závisieť aj rozvrhnutie extrémnych hodnôt a prípadné nadhodnocovanie, či podhodnocovanie extrémov. Zároveň sa pozrieme na to, či pri použití niektorého zo štatistických rozdelení nevznikajú nereálne hodnoty indexu ($|SPEI| > 6$). Takéto hodnoty by sa štatisticky mali vyskytovať raz za milióny rokov. Pokiaľ sa v našom 39-ročnom časovom rade objaví viac takýchto hodnôt, pravdepodobne ide o chybu týkajúcu sa zle odhadnutého štatistického rozdelenia.

3. Dáta

Index *SPEI* sme počítali na základe denných údajov meteorologických veličín z 13 staníc na území Slovenska v období od 1. januára 1981 do 31. decembra 2019. Údaje nám poskytol Slovenský hydrometeorologický ústav.

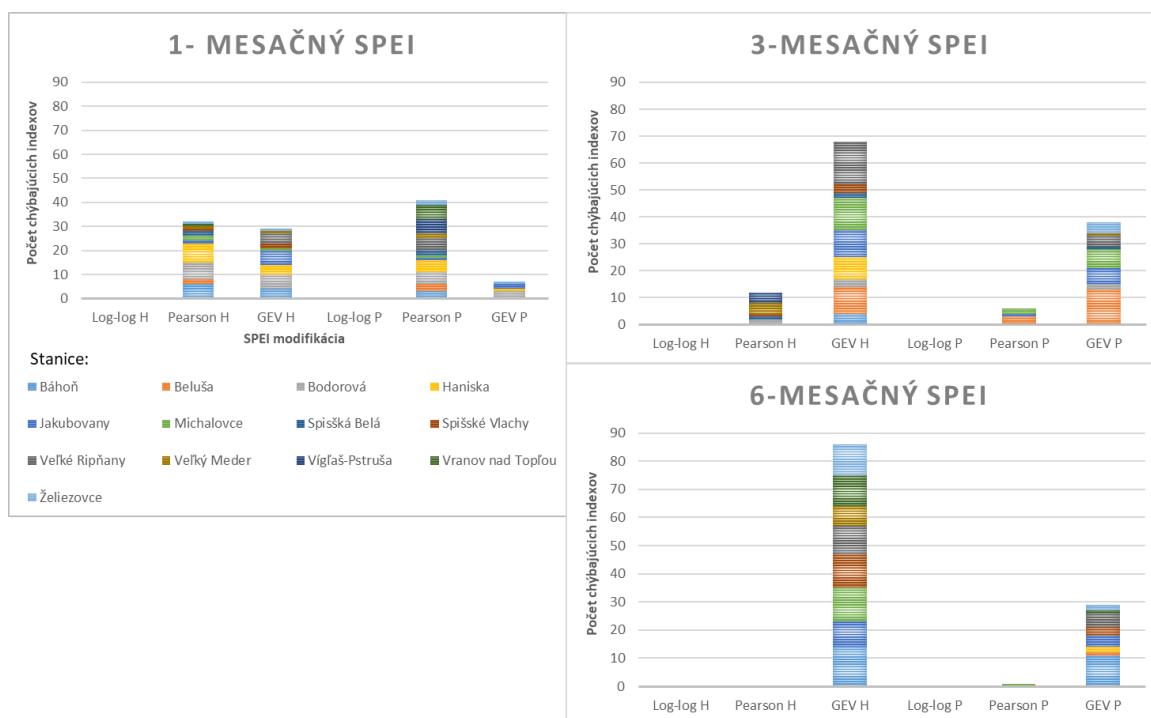
4. Výsledky

a) Počet prípadov, kedy model nedokázal vypočítať parametre zvoleného štatistického rozdelenia

Ako sme už spomenuli vyššie, za určitých okolností pri výpočte *SPEI* nie je možné vypočítať parametre zvoleného štatistického rozdelenia. Pokiaľ chýbajú parametre rozdelenia, ktoré sa vzťahujú na určitý deň v analyzovanom časovom období, tento deň bude vo výsledkoch chýbať naprieč celým analyzovaným obdobím (v našom prípade teda 39 hodnôt).

Na obr. 2 uvádzame počet prípadov nemožnosti výpočtu parametrov štatistického rozdelenia pre danú modifikáciu indexu.

V tab. 3 sú uvedené počty chýbajúcich indexov týkajúce sa daného štatistického rozdelenia (súhrnne pre 3 dĺžky indexov, 2 metodiky výpočtu *PET*, 13 staníc a 14235 dní/39 rokov) a zároveň je zo súhrnného počtu vypočítaný aj percentuálny výskyt takéhoto javu pri použití jednotlivých štatistických rozdelení.



Obr. 2 Počet prípadov, kedy z daných vstupných údajov nebolo možné vypočítať parametre zvoleného štatistického rozdelenia pri použití jednotlivých modifikácie indexu. Názvy SPEI modifikácií sú zložené z kombinácie použitého štatistického rozdelenia a písmena označujúceho použitú metodiku na výpočet *PET* (H = Hargreaves a P = Penman-Monteith). Pri každej modifikácii je v stĺpci vyznačený celkový počet chýbajúcich indexov pre všetkých 13 staníc spolu (jednotlivé stanice v stĺpcoch sú rozlíšené farebne podľa farebnej škály v legende). Maximálny možný počet prípadov kedy nebolo možné vypočítať parametre rozdelenia pre 1 stanicu je 365 (počet dní v roku).

Fig. 2 The number of cases when it was not possible to calculate the parameters of the selected statistical distribution using the given input data with individual modifications of the index. The names of SPEI modifications consist of a combination of the used statistical distribution and a letter indicating the methodology used for calculating *PET* (H = Hargreaves and P = Penman-Monteith). For each modification, the total number of missing indices for all 13 stations together is shown in the column (individual stations in the columns are distinguished by color according to the color scale in the legend). The maximum possible number of cases when it was not possible to calculate distribution parameters for 1 station is 365 (number of days in a year).

Ako môžeme vidieť na obr. 2, pri 3- a 6-mesačnom indexe najviac prípadov nemožnosti výpočtu parametrov sa vyskytlo pri zvolení GEV štatistického rozdelenia (najmä v kombinácii s Hargreaves metódou výpočtu *PET*). V prípade 1-mesačného indexu vykazoval index najväčší počet týchto prípadov v súvislosti s Pearsonovým III rozdelením. Ako uvádzame v tab. 3, súhrnne najväčší počet prípadov nemožnosti výpočtov pripadá na voľbu GEV štatistického rozdelenia. Takéto výsledky sa zhodujú s výsledkami Vicente-Serrano, Beguería 2016, ktorí tiež zistili vyšší počet prípadov chýbajúcich indexov pri použití GEV štatistického rozdelenia v porovnaní s log-logistickým rozdelením. Na druhej strane Stagge, Tallaksen, et al. 2016, ktorí analyzovali GEV a log-logistické rozdelenie nezistili chýbajúce indexy v dôsledku problému s výpočtom parametrov rozdelení ani pri jednom z 2 analyzovaných štatistických rozdelení. Obe porovnávané štúdie boli zamerané na oblasť Európy.

Tab. 3 Počet chýbajúcich indexov v dôsledku prípadov, kedy z daných vstupných údajov nebolo možné vypočítať parametre rozdelenia. Pri každom zo štatistických rozdelení bolo do analýzy zahrnutých spolu 1110330 indexov (3 časové dĺžky indexu, 2 metodiky výpočtu PET, 13 staníc a 14235 dní/39 rokov).

Tab. 3 Number of missing indices due to the inability to fit the distribution parameters. The full sample of indices with the given distribution consists of 1110330 indices (3 lengths of the index, 2 different PET methods, 13 stations, and 14235 days/39 years).

štatistické rozdelenie	počet chýbajúcich indexov	percent [%]
log-logistické	0	0.00
Pearsonovo III	3588	0.32
GEV	10023	0.90

b) Počet prípadov kedy indexy SPEI nespĺňali podmienku normálneho rozdelenia

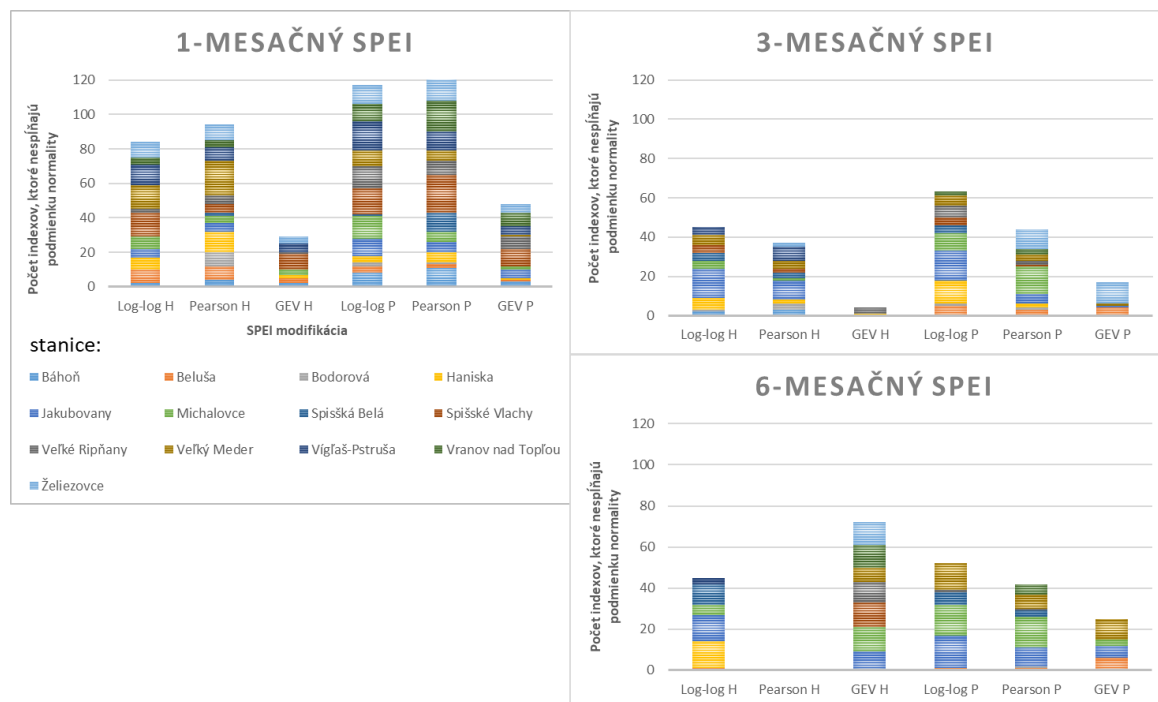
Pokiaľ bolo možné vypočítať parametre štatistického rozdelenia, indexy podstúpili test ďalším kritériom, test na normálne rozdelenie výsledného radu SPEI. Ako bolo už predtým uvedené, test na normálne rozdelenie finálnych hodnôt SPEI môže byť použitý ako alternatívna metóda namiesto použitia testov na vhodnosť fitu klimatického ukazovateľa zavlaženia (D).

Výsledky S-W testu na normalitu rozdelenia ukázali, že pri použití GEV štatistického rozdelenia spĺňa podmienku normality najväčšie percento výsledných indexov, bez ohľadu na použitú metódu výpočtu PET (obr. 3). Podmienku normality v tomto prípade nespĺňa 0,08 % až 1,01 % indexov (v závislosti od zvolenej metodiky výpočtu PET a časovej dĺžky indexu). Na druhej strane, pokiaľ bolo použité log-logistické rozdelenie, 0,95 % až 2,64 % výsledných hodnôt nespĺňa kritérium o normalite. V prípade použitia Pearsonovho III rozdelenia išlo o 0,74 % až 2,64 % z celkového počtu výsledných indexov.

V našej práci sme indexy, ktoré nespĺňajú podmienku normality vyradili pre ďalšiu analýzu, keďže pokladáme, že tieto indexy nie sú vhodne odhadnuté. Ako je to zobrazené v tab. 4, najväčšie percento „vyradených“ indexov týmto kritériom po spočítaní všetkých modifikácií pripadá na log-logistické rozdelenie.

c) Počet nadhodnotených extrémov

Vylúčenie indexov, ktoré nespĺňajú podmienku normálneho rozdelenia spôsobilo zároveň aj vylúčenie nereálne nadhodnotených extrémov ($|SPEI| > 6$). Takto extrémne hodnoty sa vyskytli z troch analyzovaných štatistických rozdelení iba pri Pearsonovom III rozdelení.



Obr. 3 Počet prípadov, kedy pre určitý deň v roku 39ročný rad výsledných hodnôt SPEI nemal normálne rozdelenie. Názvy SPEI modifikácií sú zložené z kombinácie použitého štatistického rozdelenia a písmena označujúceho použitú metódu na výpočet PET (H = Hargreaves a P = Penman-Monteith). Pri každej modifikácii je v stĺpci vyznačený celkový počet chýbajúcich indexov pre všetkých 13 staníc spolu (jednotlivé stanice v stĺpcoch sú rozlíšené farebne podľa farebnej škály v legende). Maximálny možný počet prípadov kedy indexy nemali normálne rozdelenie pre 1 stanicu je 365 (počet dní v roku).

Fig. 3 The number of cases when, for a specific day in the year, the 39-year series of SPEI resulting values did not have a normal distribution. The names of SPEI modifications consist of a combination of the used statistical distribution and a letter indicating the methodology used for calculating PET (H = Hargreaves and P = Penman-Monteith). For each modification, the total number of missing indices for all 13 stations together is shown in the column (individual stations in the columns are distinguished by color according to the color scale in the legend). The maximum possible number of cases when indices did not have a normal distribution for 1 station is 365 (number of days in a year).

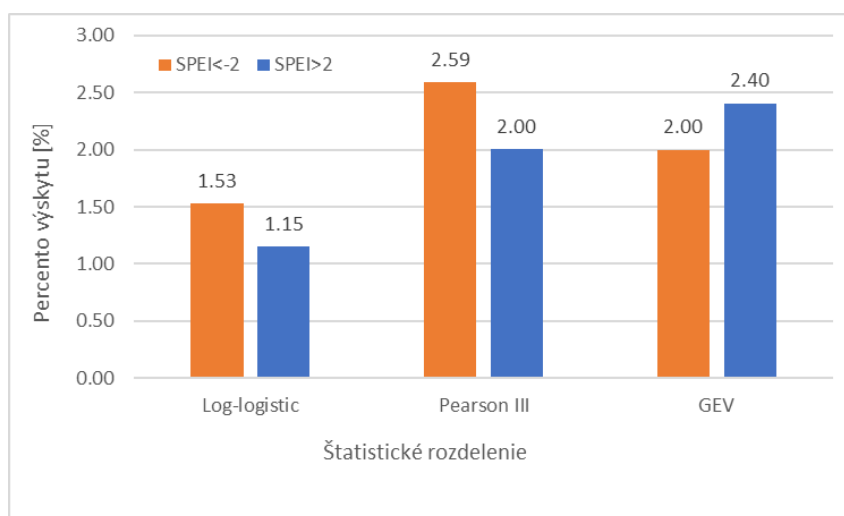
Pri analýze vzorky údajov z ktorej boli predtým odstránené prípady, ktoré nemali normálne rozdelenie, nebol výskyt extrémov nezvyčajný a preto v tomto kroku a na základe tohto kritéria nevylúčime žiadne indexy ako nesprávne odhadnuté. V prípade log-logistického rozdelenia 1,15 % indexov bolo väčších ako 2 a 1,53 % menších než -2. Pri Pearsonovom III a GEV rozdelení bolo s hodnotou nad 2 2,00 % a 2,40 % indexov a s hodnotou menšou než -2 2,59 % resp. 2,00 % (obr. 4). Podľa definície normálneho rozdelenia 95,4 % dát by malo ležať v úseku medzi -2σ a 2σ . Z toho vyplýva, že približne 2,3 % dát by malo ležať nad a pod uvedenou hranicou. Na základe týchto informácií teda môžeme uzavrieť, že log-logistické rozdelenie mierne podhodnocuje extrémny.

Menej než 0,01 % indexov malo hodnoty väčšie resp. menšie než 3 resp. -3 v prípade log-logistického a GEV rozdelenia. Pri Pearsonovom III rozdelení sa takéto extrémny vyskytli v 0,015 % prípadov. Pri normálnom rozdelení by sa mimo oblasti $\pm 3\sigma$ malo vyskytovať zhruba 0,3 % dát.

Tab. 4 Počet indexov, ktoré nespĺňajú podmienku normálneho rozdelenia. Pri každom zo štatistických rozdelení bolo do analýzy zahrnutých spolu 1110330 indexov (3 časové dĺžky indexu, 2 metodiky výpočtu PET, 13 staníc a 14235 dní/39 rokov).

Tab. 4 Number of indices that do not satisfy the normal distribution condition. For each of the statistical distributions, a total of 1110330 indices were included in the analysis (3 index time lengths, 2 PET calculation methodologies, 13 stations and 14235 days/39 years).

štatistické rozdelenie	počet indexov, ktoré nespĺňajú podmienku normality	percent [%]
log-logistické	15834	1.43
Pearsonovo III	14664	1.33
GEV	5070	0.46



Obr. 4 Percento výskytu SPEI väčšieho než 2 (modrý stĺpec) a menšieho než -2 (oranžový stĺpec) pre 3 analyzované štatistické rozdelenia.

Fig. 4 Percentage of SPEI greater than 2 (blue bar) and less than -2 (orange bar) for the 3 analyzed statistical distributions.

5. Diskusia a záver

Voľba štatistického rozdelenia pri výpočte indexu *SPEI* môže ovplyvniť počet prípadov kedy sa nedopracujeme k výslednému indexu z dôvodu nemožnosti vypočítať parametre rozdelenia. Tak isto môže byť ovplyvnený aj počet nepresne odhadnutých indexov, čo sa môže prejaviť tým, že indexy nespĺňajú normálne rozdelenie, či vykazujú extrém, ktoré sa vymykajú reálnym hodnotám.

V tejto práci sme na základe počtu prípadov, kedy nebolo možné vypočítať parametre zvoleného štatistického rozdelenia, počtu prípadov, kedy indexy *SPEI* nespĺňali kritérium normálneho rozdelenia a frekvencie výskytu nadhodnotených extrémov analyzovali vhodnosť 3 štatistických rozdelení pre použitie pri výpočte *SPEI* v klimatických podmienkach Slovenska. Konkrétne sme analyzovali log-logistické rozdelenie, Pearsonovo III rozdelenie a GEV rozdelenie.

V tab. 5 uvádzame súhrn výsledkov našej analýzy. Podľa našich troch kritérií bolo najnižšie percento odstránených indexov (či už v dôsledku nemožnosti výpočtu indexu alebo nevhodne odhadnutého indexu) dosiahnuté použitím GEV štatistického rozdelenia. Avšak percento odstránených indexov nebolo značne vyššie ani pri použití log-logistického rozdelenia. Log-

logistické rozdelenie je síce odporúčané autormi indexu a zároveň aj najčastejšie používané pri výpočte *SPEI*, avšak naša analýza poukazuje na možnosť dosiahnutia o čosi lepších výsledkov pri použití GEV rozdelenia. V prospech GEV rozdelenia totiž hrá aj fakt, že pri jeho použití bol síce najvyšší počet prípadov, kedy nebolo možné vypočítať parametre rozdelenia, ale v ďalšom kroku (test na normalitu indexov) bolo o to menej prípadov, kedy indexy nespĺňali kritérium normality. Takýmto spôsobom boli mnohé prípady, (ktoré by sa s veľkou pravdepodobnosťou v druhom kroku prejavili ako nevhodne odhadnuté), eliminované automaticky samým výpočtom indexu. Pokiaľ by sa však použilo log-logistické rozdelenie, odporúčali by sme na základe našich výsledkov urobiť aj test na normálne rozdelenie finálnych indexov, aby sa vylúčili nevhodne odhadnuté indexy. Zároveň analýza extrémov ukázala, že log-logistické rozdelenie mierne podhodnocuje extrémny.

Analýzu extrémov sme vykonávali na radoch indexov z ktorých boli v predchádzajúcom kroku odstránené indexy, ktoré nespĺňali podmienku normality. Za takýchto okolností sa extrémny nevyvíjali očakávaným hodnotám v oblasti extrémov. Keď sme však rovnakú analýzu vykonali na radoch indexov z ktorých predtým neboli odstránené prípady, ktoré nemali normálne rozdelenie, zistili sme v prípade Pearsonovho III rozdelenia výskyt nezanedbateľného počtu nereálnych hodnôt extrémov $|SPEI| > 6$. Takto extrémne prípady by sa podľa definície mali vyskytovať raz za milióny rokov. Na elimináciu nevhodne určených extrémov je preto podľa našej analýzy možné použiť aj test na normalitu indexov.

Tab. 5 Počet eliminovaných indexov na základe 3 kritérií: 1. počet prípadov, kedy model nedokázal odhadnúť parametre zvoleného štatistického rozdelenia; 2. počet prípadov, kedy finálne hodnoty indexov nemali normálne rozdelenie, čo svedčí o nevhodne zvolenom štatistickom rozdelení; 3. počty nereálne nadhodnotených extrémov ($|SPEI| > 6$). Indexy eliminované nižším kritériom neboli zahrnuté do analýzy vyšším kritériom. Celkový počet indexov zahrnutých v analýze pre každé z 3 štatistických rozdelení bol 1110330.

Tab. 5 The number of eliminated indices based on 3 criteria: 1. the number of cases when the model failed to estimate the parameters of the chosen statistical distribution; 2. the number of cases when the final values of the indices did not have a normal distribution, which indicates an inappropriately chosen statistical distribution; 3. the number of unrealistically overestimated outliers ($|SPEI| > 6$). The indices eliminated by the lower criterion were not included in the analysis by the higher criterion. The total number of indices included in the analysis for each of the 3 statistical distributions was 1110330.

Štatistické rozdelenie	počet eliminovaných indexov na základe 3 kritérií:				percento eliminovaných indexov
	1. chýbajúce parametre rozdelenia	2. nie normálne rozdelenie	3. nadhodnotený extrém	suma	
log-logistické	0	15834	0	15834	1.43%
Pearsonovo III	3588	14664	0	18252	1.64%
GEV	10023	5070	0	15093	1.36%

Literatúra

ALLEN, R. G., PEREIRA, L. S., RAES, D., SMITH, M., 1998. Crop evapotranspiration-Guidelines for computing crop water requirements. FAO Irrigation and drainage paper, 300 pp., ISSN 20734395. Dostupné z: <http://www.fao.org/3/X0490E/X0490E00.htm>

BEGUERIA, S., VICENTE-SERRANO, S. M., REIG, F., LATORRE, B., 2014. Standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI) revisited: Parameter fitting, evapotranspiration models, tools, datasets and drought monitoring. *International Journal of Climatology*, **34**, 10, 3001–3023 [accessed. 4. October 2019]. ISSN 10970088. <https://doi.org/10.1002/joc.3887>

DANČOVÁ, M., CHOVANCOVÁ, L., et al., 2023. The Eight National Communication of the Slovak Republic on Climate Change: Under the United Nations Framework Convention on Climate Change and the Kyoto Protocol [online]. Dostupné z: <https://oeab.shmu.sk/app/cmsSiteBoxAttachment.php?ID=134&cmsDataID=0>

DROOGERS, P., ALLEN, R. G., 2002. Estimating Reference Evapotranspiration Under Inaccurate Data Conditions. *Irrigation and Drainage Systems*, **16**, 33–45, ISSN 1573-0654. <https://doi.org/10.1023/A:1015508322413>

FAŠKO, P., MARKOVIČ, L., BOCHNÍČEK, O., PECHO, J., 2020. Decadal changes in snow cover characteristics in Slovakia over the period 1921–2020. Conference: EGU General Assembly 2020. <https://doi.org/10.5194/egusphere-egu2020-3405>

GUDMUNDSSON, L., STAGGE, J. H., 2016. SCI: Standardized Climate Indices Such as SPI, SRI or SPEI. Dostupné z: <https://cran.r-project.org/package=SCI>

NCP, 2022. National Climate Program of the Slovak Republic, Vol. 16,22: Climatological and phenological normals for period 1991–2020 in Slovakia. ISBN 978-80-99929-35-8.

STAGGE, J. H., TALLAKSEN, L. M., GUDMUNDSSON, L., VAN LOON, A. F., STAHL, K., 2015. Candidate Distributions for Climatological Drought Indices (SPI and SPEI). *International Journal of Climatology*, **35**, 4027–4040, ISSN 10970088. <https://doi.org/10.1002/joc.4267>

STAGGE, J. H., TALLAKSEN, L. M., GUDMUNDSSON, L., VAN LOON, A. F., STAHL, K., 2016. Response to comment on ‘Candidate Distributions for Climatological Drought Indices (SPI and SPEI)’. *International Journal of Climatology*, **36**, 4, 2132–2138, ISSN 10970088. <https://doi.org/10.1002/joc.4564>

VICENTE-SERRANO, S. M., BEGUERIA, S., 2016. Comment on ‘Candidate distributions for climatological drought indices (SPI and SPEI)’ by James H. Stagge et al., *International Journal of Climatology*, **36**, 4, 2120–2131, ISSN 08998418. <https://doi.org/10.1002/joc.4474>

VICENTE-SERRANO, S. M., BEGUERIA, S., LÓPEZ-MORENO, J. I., 2010. A multiscalar drought index sensitive to global warming: The standardized precipitation evapotranspiration index. *Journal of Climate*, **23**, 7, 1696–1718, ISSN 08948755. <https://doi.org/10.1175/2009JCLI2909.1>

WMO, 2022. Temperatures in Europe increase more than twice global average [online]. Dostupné z: <https://public.wmo.int/en/media/press-release/temperatures-europe-increase-more-twice-global-average>